Table of Fourier Transforms NOTE only for $a > 0$

$f(t)$	$F(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t} f(t)dt$	$f(t)$	$F(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t} f(t)dt$	$f(t)$	$F(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t} f(t)dt$
$e^{-a\lvert t\rvert}$	$\frac{2a}{a^2+\omega^2}$	$\frac{a}{a^2+t^2}$	$\pi e^{-a\lvert\omega\rvert}$	e^{-at^2}	$\sqrt{\frac{\pi}{a}}\, e^{-\omega^2/(4a)}$
$te^{-a\lvert t\rvert}$	$\frac{-4ia\omega}{(a^2+\omega^2)^2}$	$\frac{2at}{(a^2+t^2)^2}$	$-i\pi\omega e^{-a\lvert\omega\rvert}$	te^{-at^2}	$\frac{-i\sqrt{\pi}}{2a^{3/2}}\,\omega\, e^{-\omega^2/(4a)}$
$\lvert t\rvert e^{-a\lvert t\rvert}$	$\frac{2(a^2-\omega^2)}{(a^2+\omega^2)^2}$	$\operatorname{sgn}(t)e^{-a\lvert t\rvert}$	$\frac{-2i\omega}{a^2+\omega^2}$	$\operatorname{sgn}(t)$	$\frac{2}{i\omega}$
$\frac{1}{t}$	$-i\pi\operatorname{sgn}(\omega)$	$\frac{1}{t^n},\ n=1,2,\dots$	$\frac{(-i)^n\pi}{(n-1)!}\omega^{n-1}\operatorname{sgn}(\omega)$	$\frac{1}{\sqrt{\lvert t\rvert}}$	$\sqrt{\frac{2\pi}{\lvert\omega\rvert}}$
$\frac{\operatorname{sgn}(t)}{\sqrt{\lvert t\rvert}}$	$-i\operatorname{sgn}(\omega)\sqrt{\frac{2\pi}{\lvert\omega\rvert}}$	$e^{-at}H(t)$	$\frac{1}{a+i\omega}=\frac{a-i\omega}{a^2+\omega^2}$	$te^{-at}H(t)$	$\frac{1}{(a+i\omega)^2}=\frac{a^2-2i\omega a-\omega^2}{(a^2+\omega^2)^2}$
$e^{-at}e^{ikt}H(t)$	$\frac{a+i(\omega+k)}{k^2+(a+i\omega)^2}$	$t^ne^{-at}H(t),\ n=1,2,\dots$	$\frac{n!}{(a+i\omega)^{n+1}}$	$\frac{1}{t}e^{-a\lvert t\rvert}\sin(kt)$	$\arctan\left(\frac{2ak}{a^2-k^2+\omega^2}\right)$
$\frac{1}{t}\sin(kt)\operatorname{sgn}(t)$	$i\log\left\lvert\frac{\omega-k}{\omega+k}\right\rvert$	$e^{-at}\sin(kt)H(t)$	$\frac{k}{k^2+(a+i\omega)^2}$	$e^{-at}\cos(kt)H(t)$	$\frac{a+i\omega}{k^2+(a+i\omega)^2}$
$\frac{2a\cos(kt)}{a^2+t^2}$	$\pi\left(e^{-a\lvert\omega+k\rvert}+e^{-a\lvert\omega-k\rvert}\right)$	$\frac{2a\sin(kt)}{a^2+t^2}$	$i\pi\left(e^{-a\lvert\omega+k\rvert}-e^{-a\lvert\omega-k\rvert}\right)$	$\tanh(kt)$	$-\frac{i\pi}{2k}\operatorname{csch}\left(\frac{\pi\omega}{2k}\right)$
$\operatorname{sech}(kt)$	$-\frac{\pi}{k}\operatorname{sech}\left(\frac{\pi\omega}{2k}\right)$	$\operatorname{sech}^2(kt)$	$\frac{\pi\omega}{k^2}\operatorname{csch}\left(\frac{\pi\omega}{2k}\right)$	$\frac{e^{-kt}}{a+e^{-t}}$	$\pi a^{i\omega+k-1}\csc(\pi(k+i\omega))$

$f(t)$	$F(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t} f(t)dt$	$f(t)$	$F(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t} f(t)dt$
$H(t+T)-H(t-T)$	$\frac{2}{\omega}\sin(T\omega)$	$\frac{1}{t}\sin(kt)$	$\pi\left[H(\omega+k)-H(\omega-k)\right]$
$(T-\lvert t\rvert)\left[H(t+T)-H(t-T)\right]$	$\frac{4}{\omega^2}\sin^2\left(\frac{T\omega}{2}\right)$	$\frac{2}{t^2}\sin^2(kt)$	$\pi(2k-\lvert\omega\rvert)\left[H(\omega+2k)-H(\omega-2k)\right]$
$t\left[H(t+T)-H(t-T)\right]$	$\frac{2i}{\omega^2}(T\omega\cos(T\omega)-\sin(T\omega))$	$\frac{2}{t}\sin(kt)H(t)$	$\pi\left[H(\omega+k)-H(\omega-k)\right]-i\log\left\lvert\frac{\omega+k}{\omega-k}\right\rvert$
$(T-\lvert t\rvert)\operatorname{sgn}(t)\left[H(t+T)-H(t-T)\right]$	$-\frac{2i}{\omega^2}(T\omega-\sin(T\omega))$	$\frac{1}{t}\cos(kt)$	$i\pi(H(-\omega-k)-H(\omega-k))$
$(T^2-t^2)\left[H(t+T)-H(t-T)\right]$	$\frac{4}{\omega^3}(\sin(T\omega)-T\omega\cos(T\omega))$	$\frac{e^{-kt}}{a-e^{-t}}$	$\pi a^{i\omega+k-1}\cot(\pi(k+i\omega))$

$f(t)$	$F(\omega)$	$f(t)$	$F(\omega)$	$f(t)$	$F(\omega)$	$f(t)$	$F(\omega)$
$\delta(t)$	1	1	$2\pi\delta(\omega)$	$\delta(t-T)$	$e^{-iT\omega}$	$\cos(kt)$	$\pi\left(\delta(k-\omega)+\delta(k+\omega)\right)$
e^{ikt}	$2\pi\delta(k-\omega)$	$H(t)$	$\pi\delta(\omega)-\frac{i}{\omega}$	$H(t-T)$	$\pi\delta(\omega)-\frac{i}{\omega}e^{-iT\omega}$	$\sin(kt)$	$i\pi\left(\delta(k+\omega)-\delta(k-\omega)\right)$
$\delta'(t)$	$i\omega$	t	$2\pi i\delta'(\omega)$	$tH(t)$	$i\pi\delta'(\omega)-\frac{1}{\omega^2}$	$\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT)$	$\frac{2\pi}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta\left(\omega-n\frac{2\pi}{T}\right)$
$\delta^{(n)}(t)$	$(i\omega)^n$	t^n	$2\pi i^n\delta^{(n)}(\omega)$				

▶ $H(t)$ is the Heaviside unit step function. ▶ The *sign* function $\mathrm{sgn}(t)=1$ if $t>0$, 0 if $t=0$ and -1 if $t<0$. ▶ Constant a is always real and positive. ▶ Constants k and T are real. ▶ Constant n is a positive integer. ▶ $\delta(t)$ is the Dirac delta function.

Operational Formulae for Fourier Transforms

	$\mathcal{F}[f(t)]=F(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}e^{-i\omega t}f(t)dt$	$\mathcal{F}^{-1}\left[F(\omega)\right]=f(t)$
Linearity	$\mathcal{F}\left[a\,f(t)+b\,g(t)\right]=a\,F(\omega)+b\,G(\omega)$, if $a,b\in\mathcal{R}$,	$\mathcal{F}^{-1}\left[a\,F(\omega)+b\,G(\omega)\right]=a\,f(t)+b\,g(t)$
First Shift	$\mathcal{F}\left[e^{iut}\,f(t)\right]=F(\omega-u)$	$\mathcal{F}^{-1}\left[F(\omega-u)\right]=e^{iut}\,\mathcal{F}^{-1}\left[F(\omega)\right]=e^{iut}\,f(t)$
Second Shift	$\mathcal{F}\left[f(t-u)\right]=e^{-i\omega u}\,F(\omega)$	$\mathcal{F}^{-1}\left[e^{-i\omega u}\,F(\omega)\right]=\mathcal{F}^{-1}\left[F(\omega)\right]\big\vert_{t\to t-u}=f(t-u)$
Duality	$\mathcal{F}\left[f(t)\right]=F(\omega)\quad\Rightarrow\quad\mathcal{F}\left[F(t)\right]=2\pi f(-\omega)$	$\mathcal{F}^{-1}\left[F(\omega)\right]=f(t)\quad\Rightarrow\quad\mathcal{F}^{-1}\left[f(\omega)\right]=\frac{1}{2\pi}F(-t)$
Convolution	$\mathcal{F}\left[f(t)*g(t)\right]=\mathcal{F}\left\{\int_{-\infty}^{\infty}f(u)\,g(t-u)\,du\right\}=F(\omega)\,G(\omega)$	$\mathcal{F}\left[f(t)\,g(t)\right]=\frac{1}{2\pi}F(\omega)*G(\omega)$
Scal. & Reflect.	$\mathcal{F}[f\,(t/a)]=\lvert a\rvert\,F(a\omega)$, $\quad\mathcal{F}[f\,(-t)]=F(-\omega)=F^{*}(\omega)$, F^{*} is the complex conjugate of F.	
Parseval's Thm.	$\int_{-\infty}^{\infty}\lvert f(t)\rvert^2\,dt=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\lvert F(\omega)\rvert^2\,d\omega$	Energy in frequency range $\omega_1<\lvert\omega\rvert<\omega_2$ $\quad\frac{1}{\pi}\int_{\omega_1}^{\omega_2}\lvert F(\omega)\rvert^2 d\omega$
Derivatives	$\mathcal{F}\left[\frac{d^n f}{dt^n}\right]=(i\omega)^n F(\omega)$, where $f,\,f',\,\ldots,\,f^{(n-1)}\to 0$ as $\lvert x\rvert\to\infty$	
Mult. by t	$\mathcal{F}\left[t\,f(t)\right]=i\,\frac{d}{d\omega}F(\omega)=i\,F'(\omega)$, $\quad\mathcal{F}\left[t^n\,f(t)\right]=\left(i\,\frac{d}{d\omega}\right)^n F(\omega)$	
Integrals	$\mathcal{F}\left\{\int_{\pm\infty}^{t}f(u)\,du\right\}=-\frac{i}{\omega}F(\omega)$, providing $\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\,dt=0$	$\mathcal{F}\left\{\int_{-\infty}^{\infty}f(u)\,f(u+t)\,du\right\}=\lvert F(\omega)\rvert^2$
Modulation	$\mathcal{F}\left[f(t)\,\cos(\omega_0 t)\right]=\frac{1}{2}\left(F(\omega-\omega_0)+F(\omega+\omega_0)\right)$	